MATHÉMATIQUES 10^{e} – 12^{e} ANNÉE

INTRODUCTION

Le programme d'études de mathématiques de l'Alberta de la 10^{e} à la 12^{e} année est basé sur le *Cadre commun du programme d'études de mathématiques 10-12* du Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens de janvier 2008. Le programme d'études de l'Alberta inclut des concepts énoncés et des résultats d'apprentissage généraux et spécifiques qui ont été établis dans le Cadre commun. La version française a pour objectif de répondre aux besoins des élèves des écoles francophones et d'immersion.

HISTORIQUE

Le *Cadre commun du programme d'études de mathématiques 10-12* du Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens de janvier 2008 a été élaboré par les sept ministères de l'Éducation concernés (Alberta, Colombie-Britannique, Manitoba, Saskatchewan, Territoires du Nord-Ouest, Territoire du Yukon et Nunavut), en collaboration avec des enseignants, des administrateurs, des parents, des représentants du milieu des affaires, des professeurs et d'autres personnes. La philosophie de l'apprentissage des mathématiques, les résultats d'apprentissage généraux et spécifiques ainsi que les indicateurs de rendement qui ont été approuvés par les sept autorités participantes sont présentés dans le présent document.

PHILOSOPHIE CONCERNANT LES ÉLÈVES ET L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs ayant tous des intérêts, des habiletés, des besoins et des buts de carrière qui leur sont propres. Chacun arrive à l'école avec son propre bagage de connaissances, de vécu, d'attentes et d'acquis. Un élément clé de la réussite du développement de la littératie mathématique est l'établissement de liens avec ces acquis, leur vécu, leurs buts et leurs aspirations.

Les élèves apprennent quand ils attribuent une signification à ce qu'ils font; et chacun d'entre eux doit construire son propre sens des mathématiques basé sur une variété de situations d'apprentissage. C'est en allant du plus simple au plus complexe ou du plus concret au plus abstrait que les élèves ont le plus de possibilités de développer leur compréhension des mathématiques. En utilisant du matériel de manipulation et une variété d'approches pédagogiques, les enseignants peuvent mieux répondre aux multiples styles d'apprentissage, aux diverses origines culturelles de leurs élèves ainsi qu'à leurs stades de développement respectifs. Ces approches concourent au développement de concepts mathématiques valides et transférables : quels que soient leurs niveaux, tous les élèves bénéficieront d'un enseignement appuyé par une variété de matériaux, d'outils et de contextes pour développer leurs conceptions personnelles des nouvelles notions de mathématiques qui leur sont proposées. La discussion entre élèves peut engendrer des liens essentiels entre des représentations concrètes, imagées et symboliques des mathématiques.

Le milieu d'apprentissage offert aux élèves devrait encourager, respecter et incorporer leur vécu et tous leurs modes de pensée, quels qu'ils soient. Ainsi, tout élève devrait se sentir en mesure de prendre des risques intellectuels en posant des questions et en formulant des hypothèses. L'exploration de situations de résolution de problèmes est essentielle au développement de stratégies personnelles et de littératie mathématique. Les élèves doivent se rendre compte qu'il est tout à fait acceptable de résoudre des problèmes de différentes façons et que les solutions peuvent varier selon la façon de comprendre le problème.

PERSPECTIVES DES PREMIÈRES NATIONS, DES MÉTIS ET DES INUITS

Les élèves des Premières nations, des Métis et des Inuits de l'Ouest et du Nord canadiens viennent de régions géographiques diverses et ont un vécu culturel et linguistique varié. Ils fréquentent l'école dans différents milieux comprenant des communautés urbaines, rurales et isolées. Les enseignants doivent comprendre la diversité de cultures et de vécus de leurs élèves.

Les élèves des Premières nations, des Métis et des Inuits ont souvent une vision globale de leur milieu et apprennent le mieux de façon holistique. Ils cherchent à établir des liens dans leur apprentissage et apprennent mieux lorsque les mathématiques sont mises en contexte plutôt que présentées comme un ensemble d'éléments discrets.

Les élèves des Premières nations, des Métis et des Inuits proviennent de cultures où la participation active mène à l'apprentissage. Traditionnellement, l'écrit ne recevait que peu d'attention. La communication orale ainsi que la mise en pratique et l'expérience jouent un rôle important dans l'apprentissage et la compréhension de l'élève. Il est aussi essentiel que les enseignants comprennent et réagissent à des signaux non verbaux afin d'optimiser l'apprentissage et la compréhension mathématique de leurs élèves.

De nombreuses stratégies d'enseignement et d'évaluation sont essentielles pour tirer parti des divers savoirs, cultures, habiletés, attitudes, expériences et styles d'apprentissage des élèves.

Les stratégies adoptées doivent aller au-delà de l'inclusion accessoire de sujets ou d'objets particuliers à une culture ou à une région donnée. Ces stratégies devraient refléter une ferme intention d'offrir une éducation multiculturelle de haut niveau, telle que décrite dans *Multicultural Education* (Banks et Banks, 1993).

DOMAINE AFFECTIF

Sur le plan affectif, une attitude positive envers les matières qui leur sont enseignées aura un effet profond et marquant sur l'apprentissage. Les environnements qui offrent des chances de succès et favorisent le sentiment d'appartenance ainsi que la prise de risques contribuent au maintien de l'attitude positive des élèves et de leur confiance en eux-mêmes. Les élèves qui feront preuve d'une attitude positive envers les mathématiques seront vraisemblablement motivés et disposés à apprendre, intéressés à participer à des activités, à persévérer face aux défis et à s'engager dans des pratiques réflexives. *

Les enseignants, les élèves et les parents doivent comprendre la relation qui existe entre les domaines affectif et intellectuel et miser sur les aspects affectifs qui contribuent au développement d'attitudes positives. Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer au fur et à mesure qu'ils s'efforcent de réaliser ces objectifs.

L'aspiration au succès, à l'autonomie et le développement du sens des responsabilités impliquent des retours réguliers sur les buts personnels fixés, sur l'autoévaluation et la réflexion.

DES BUTS POUR LES ÉLÈVES

Dans l'enseignement des mathématiques, les buts principaux sont de préparer les élèves à :

- résoudre des problèmes;
- communiquer et raisonner en termes mathématiques;
- établir des liens entre les mathématiques et leurs applications;
- devenir des adultes compétents en mathématiques;
- apprécier et valoriser les mathématiques;
- mettre à profit leur compétence en mathématiques afin de contribuer à la société.

Les élèves qui ont atteint ces buts vont :

- comprendre et apprécier les contributions des mathématiques dans la société;
- afficher une attitude positive envers les mathématiques;
- entreprendre des travaux et des projets de mathématiques, et persévérer à les compléter;
- contribuer à des discussions sur les mathématiques;
- prendre des risques pour effectuer des travaux de mathématiques;
- faire preuve de curiosité pour les mathématiques et dans les situations impliquant les mathématiques.

Afin d'appuyer les élèves dans l'atteinte de ces buts, on encourage les enseignants à créer une ambiance d'apprentissage qui favorise la compréhension des concepts par :

- la prise de risques;
- la pensée et la réflexion indépendante;
- le partage et la communication de connaissances mathématiques;
- la résolution de problèmes par le biais de projets individuels et de groupe;
- la recherche d'une compréhension plus approfondie des mathématiques;
- la valorisation des mathématiques tout au long de l'histoire.

ImPORTANT

*

CADRE CONCEPTUEL DES MATHÉMATIQUES 10-12

Le diagramme ci-dessous montre l'influence des processus mathématiques ainsi que de la nature même des mathématiques sur les résultats d'apprentissage.

NIVEAUX / SUJETS D'ÉTUDE	10	11	12
Les sujets d'étude varient selon le cours de mathématiques de la 10ᵉ à la 12ᵉ année. Les sujets abordés dans ces cours peuvent comprendre : • l'algèbre • les mathématiques financières • la géométrie • le raisonnement logique • le projet de recherche mathématique • la mesure • le nombre • les permutations, les combinaisons et le théorème de Newton • la probabilité • les relations et les fonctions • la statistique • la trigonométrie	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAUX ET SPÉCIFIQUES, ET INDICATEURS DE RENDEMENT***		

NATURE DES MATHÉMATIQUES :

Changement, constance, sens du nombre, régularités, relations, sens spatial, incertitude

PROCESSUS MATHÉMATIQUES – Communication, liens, calcul mental et estimation, résolution de problèmes, raisonnement, technologie, visualisation

* Vous trouverez les indicateurs de rendement reliés aux résultats d'apprentissage du programme d'études obligatoire dans le document d'accompagnement, intitulé : *Programme d'études de l'Alberta de mathématiques 10-12 – Avec les indicateurs de rendement, 2008.*

LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES

Les sept processus mathématiques sont des aspects cruciaux de l'apprentissage, de la compréhension et des applications des mathématiques. Les élèves doivent être constamment exposés à ces processus afin d'atteindre les buts de l'éducation aux mathématiques.

Les processus sont interdépendants et intégrés à ce programme d'études. L'enseignement et l'apprentissage des mathématiques devraient incorporer ces processus.

On s'attend à ce que l'élève puisse :

- *Communication* [C] — communiquer pour apprendre des concepts et pour exprimer leur compréhension;
- *Liens* [L] — établir des liens entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines;
- *Calcul mental et estimation* [CE] — démontrer une habileté en calcul mental et en estimation;
- *Résolution de problèmes* [RP] — développer des nouvelles connaissances mathématiques et les appliquer pour résoudre des problèmes;
- *Raisonnement* [R] — développer le raisonnement mathématique;
- *Technologie* [T] — choisir et utiliser des outils technologiques pour apprendre et pour résoudre des problèmes;
- *Visualisation* [V] — développer des habiletés en visualisation pour faciliter le traitement d'informations, l'établissement de liens et la résolution de problèmes.

Les sept processus devraient être utilisés dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Chaque résultat d'apprentissage spécifique comprend une liste de processus mathématiques correspondants. Les processus mentionnés devraient être utilisés comme pierre angulaire de l'enseignement et de l'évaluation.

La communication [C]

Les élèves ont besoin d'occasions de lire, d'écrire, de représenter, de voir, d'entendre et de discuter de notions mathématiques. Ces opportunités favorisent chez l'élève la création de liens entre la langue et leurs idées, et entre le langage formel et les symboles des mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la modification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. Les élèves devraient être encouragés à utiliser une variété de formes de communication. La terminologie mathématique doit être utilisée pour communiquer leur apprentissage des mathématiques.

La communication peut aider les élèves à établir des liens entre des représentations concrètes, imagées, symboliques, verbales, écrites et mentales de concepts mathématiques.

La technologie émergente permet aux élèves d'étendre la collecte de données et le partage d'idées mathématiques au-delà de la salle de classe traditionnelle.

Le calcul mental et l'estimation [CE]

Le calcul mental est une combinaison de stratégies cognitives qui renforcent la flexibilité de la pensée et du sens du nombre. Il implique l'utilisation de stratégies pour exécuter des calculs.

Le calcul mental permet aux élèves de trouver des réponses sans papier ni crayon. Il améliore la puissance de calcul et de raisonnement par son apport d'efficacité, de précision et de flexibilité.

« *Encore plus importante que la capacité d'exécuter des procédures de calcul ou d'utiliser une calculatrice est la facilité accrue dont les élèves ont besoin – plus que jamais – en estimation et en calcul mental* » (NCTM, mai 2005) [Traduction].

Les élèves compétents en calcul mental *« sont libérés de la dépendance à une calculatrice, développent une confiance dans leur capacité de faire des mathématiques, développent une meilleure souplesse d'esprit et sont plus en mesure d'utiliser des approches multiples pour résoudre des problèmes* » (Rubenstein, 2001, p. 442) [Traduction].

Le calcul mental « *est la pierre angulaire de tout procédé d'estimation où il existe une variété d'algorithmes et de techniques non standards pour arriver à une réponse* » (Hope, 1988, p. v) [Traduction].

L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour déterminer des valeurs ou des quantités approximatives (en se basant habituellement sur des points de repère ou des référents), ou pour vérifier le caractère raisonnable ou la plausibilité des résultats de calculs. Elle sert à faire des jugements mathématiques et à élaborer des stratégies utiles et efficaces pour traiter des situations dans la vie de tous les jours. Il faut que les élèves sachent quand et comment ils doivent procéder à des estimations et quelles stratégies d'estimation ils doivent choisir.

Les liens [L]

La mise en contexte et l'établissement de liens avec l'expérience de l'apprenant jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Lorsque des liens sont créés entre les idées mathématiques ou entre ces idées et des phénomènes concrets, les élèves voient l'utilité et la pertinence des mathématiques.

L'apprentissage des mathématiques en contexte et l'établissement des liens pertinents à l'apprenant peuvent valider des expériences antérieures et accroître la volonté de l'élève à participer et à s'engager activement.

Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens et des relations, et : « Étant donné que l'apprenant est constamment à la recherche de liens, et ce, à plusieurs niveaux, ses enseignants doivent *orchestrer des expériences* desquelles l'apprenant tirera une compréhension. Les recherches sur le cerveau ont déjà démontré que des expériences multiples, complexes et concrètes sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement constructifs » (Caine et Caine, 1991, p. 5) [Traduction].

Le raisonnement [R]

Le raisonnement mathématique aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent développer de la confiance dans leurs habiletés à raisonner et à justifier leur raisonnement mathématique. Certaines questions incitent les élèves à réfléchir, à analyser et à faire des synthèses et les aident à développer leur compréhension des mathématiques. Tous les élèves devraient être mis au défi de répondre à des questions telles que « *Pourquoi pensez-vous que ceci est vrai/faux?* » ou « *Que se passerait-il si...?* »

Que ce soit dans une salle de classe ou non, des expériences mathématiques fournissent des occasions propices au raisonnement inductif et déductif. Il y a raisonnement inductif lorsque les élèves explorent et enregistrent des résultats, analysent des observations, établissent des généralisations à partir de régularités et mettent ces généralisations à l'épreuve. Il y a raisonnement déductif lorsque les élèves arrivent à de nouvelles conclusions sur la base de ce qu'ils savent déjà ou de ce qu'ils supposent être vrai. Les habiletés à penser acquises en mettant l'accent sur le raisonnement peuvent être utilisées au quotidien dans une multitude de contextes et de situations.

La résolution de problèmes [RP]

La résolution de problèmes est l'un des processus clés et l'un des fondements des mathématiques. Apprendre en résolvant des problèmes devrait être au centre des apprentissages à tous les niveaux. Les élèves acquièrent une véritable compréhension des concepts et des procédures mathématiques lorsqu'ils résolvent des problèmes reliés à des contextes qui leur sont compréhensibles. L'apprentissage par la résolution de problèmes devrait être au centre de l'enseignement des mathématiques dans tous les sujets d'étude.

Lorsque les élèves font face à des situations nouvelles et répondent à des questions telles que « *Comment devriez-vous...* » ou « *Comment pourriez-vous...* », le processus de résolution de problèmes est enclenché. Les élèves développent leurs propres stratégies de résolution de problèmes en écoutant, en discutant et en testant différentes stratégies.

Pour qu'une activité soit fondée sur la résolution de problèmes, il faut demander aux élèves de déterminer une façon d'utiliser leurs connaissances antérieures pour arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, ce n'est plus d'un problème qu'il s'agit, mais d'un exercice. Il ne devrait pas être possible d'en donner une réponse immédiate. Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes exige une profonde compréhension des concepts et un engagement de l'élève. Des problèmes reliés au vécu des élèves (culture, famille, intérêts personnels et actualité) susciteront leur engagement.

Autant la compréhension des concepts que l'engagement des élèves sont fondamentaux à la volonté des élèves de persévérer dans des tâches de résolution de problèmes.

Les problèmes de mathématiques ne consistent pas seulement à effectuer des calculs reliés à une histoire ou à une situation de façon artificielle. Ce sont des tâches qui sont à la fois riches et ouvertes, c'est-à-dire comportant plusieurs façons de les approcher et pouvant mener à diverses solutions selon les circonstances. De bons problèmes devraient permettre à chacun des élèves de la classe de faire état de ses compétences, de ses connaissances et de sa compréhension. La résolution de problèmes peut être une activité individuelle ou une activité de classe (et au-delà).

Dans une classe de mathématiques, on rencontre deux types de résolution de problèmes : la résolution de problèmes dans des contextes autres que les mathématiques et la résolution de problèmes strictement mathématiques. Trouver la façon d'optimiser les profits d'une entreprise en tenant compte des contraintes constitue un exemple de problème contextuel, tandis que chercher et élaborer une formule générale pour résoudre une équation quadratique constitue un exemple de problème strictement mathématique.

La résolution de problèmes peut aussi être considérée comme une façon d'inciter les élèves à raisonner en utilisant une démarche inductive et/ou déductive. Lorsque les élèves comprennent un problème, ils ont tendance à formuler des conjectures et à rechercher des régularités qu'ils pourront par la suite généraliser. Cette façon de faire conduit souvent à un type de raisonnement par induction. Lorsque les élèves utilisent des approches visant à résoudre un problème en appliquant des concepts mathématiques, le raisonnement devient cette fois du type déductif. Il est essentiel que les élèves soient encouragés à utiliser les deux types de raisonnement et qu'ils puissent avoir accès aux démarches utilisées par d'autres élèves pour résoudre le même problème.

La résolution de problèmes est un outil puissant d'enseignement qui favorise la recherche de solutions multiples, créatives et innovatrices. La création d'un environnement où les élèves recherchent et se mettent à trouver, ouvertement, diverses stratégies de résolution de problèmes leur donne le pouvoir d'explorer des solutions de rechange et les rend aptes à prendre des risques mathématiques de façon confiante et intelligente.

La technologie [T]

La technologie contribue à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de vérifier des conjectures et de résoudre des problèmes.

À l'aide de calculatrices et d'ordinateurs, les élèves peuvent :

- explorer et démontrer des relations et des régularités mathématiques;
- organiser et présenter des données;
- élaborer et vérifier des conjectures par induction;
- faire des extrapolations et des interpolations;
- faciliter des calculs dans le contexte de la résolution de problèmes;
- réduire le temps consacré à des calculs fastidieux lorsque d'autres apprentissages ont la priorité;
- approfondir leur connaissance des faits mathématiques;
- développer leurs propres algorithmes de calcul;
- simuler des situations;
- approfondir leur sens du nombre et de l'espace.

La technologie contribue à un environnement d'apprentissage où la curiosité grandissante des élèves peut les mener à de belles découvertes en mathématiques, et ce, à tous les niveaux. L'emploi de la technologie ne devrait pas se substituer à la compréhension des concepts mathématiques. L'emploi de la technologie devrait plutôt être considéré comme un outil et une approche parmi tant d'autres, permettant de favoriser cette compréhension.

La visualisation [V]

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial* » (Armstrong, 1993, p. 10) [Traduction]. Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts mathématiques et l'établissement de liens entre eux.

Les images et le raisonnement imagé jouent un rôle important dans le développement du sens du nombre, de l'espace et de la mesure. La visualisation du nombre a lieu quand les élèves créent des représentations mentales des nombres.

La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial et du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatial permettent aux élèves de décrire les relations parmi et entre des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions.

« *Le développement du sens de la mesure va au-delà de l'acquisition d'habiletés spécifiques à la mesure. Le sens de la mesure inclut l'habileté de juger quand il est nécessaire de prendre des mesures et quand il est approprié de faire des estimations ainsi que la connaissance de plusieurs* *stratégies d'estimation* » (Shaw et Cliatt, 1989, p. 150) [Traduction].

La représentation visuelle est favorisée par l'emploi de matériel concret, de support technologique et de diverses représentations visuelles. C'est par des représentations visuelles que les concepts abstraits peuvent être compris de façon concrète par les élèves. La représentation visuelle est à la base de la compréhension des concepts abstraits, de la confiance et de l'aisance dont font preuve les élèves.

LA NATURE DES MATHÉMATIQUES

Les mathématiques contribuent d'une manière, à la compréhension, à l'interprétation et à la description du monde dans lequel nous vivons. La définition de la nature des mathématiques comporte plusieurs caractéristiques, y compris le changement, la constance, le sens du nombre, les régularités, les relations, le sens spatial et l'incertitude.

Le changement

Il est important que les élèves se rendent compte que les mathématiques sont en état d'évolution constante et ne sont pas statiques. Ainsi, le fait de reconnaître le changement constitue un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques.

« *En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et ils devront tenter d'en fournir des explications. Pour faire des prévisions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités, et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, ... peut être décrite de différentes façons, y compris les suivantes :*

- *compter par sauts de 2, à partir de 4;*
- *une suite arithmétique, avec 4 comme premier terme, et une raison arithmétique de 2;*
- *une fonction linéaire avec un domaine discret.* » (Steen, 1990, p. 184) [Traduction].

Ils doivent comprendre que de nouveaux concepts mathématiques ainsi qu'une évolution de la compréhension des concepts déjà acquise sont nécessaires pour décrire et mieux comprendre le monde dans lequel ils vivent. Les notions de nombre entier, de nombre décimal, de fraction, de nombre irrationnel et de nombre complexe sont nécessaires à la compréhension de nouvelles situations qui ne peuvent pas être décrites et analysées avec des nombres naturels uniquement.

La compréhension des concepts mathématiques chez les élèves évolue à la suite de jeux mathématiques.

La constance

En mathématiques, plusieurs propriétés importantes demeurent inchangées quelles que soient les conditions externes. En voici quelques exemples :

- la conservation de l'égalité lors de la résolution d'équations;
- la somme des angles intérieurs d'un triangle;
- la probabilité théorique d'un évènement.

La résolution de certains problèmes mathématiques exige que les élèves se concentrent sur des propriétés constantes. L'habileté des élèves à reconnaître de telles propriétés leur permet, par exemple, de résoudre des problèmes relatifs à la variation du taux de change, à la pente de droites données ou à la variation directe.

Le sens du nombre

« *Le sens du nombre, dont certains pourraient dire qu'il s'agit d'une simple intuition, constitue la base la plus fondamentale de la numératie.* » (The Primary Program, B.C., 2000, p. 146) [Traduction]. L'approfondissement continu du sens du nombre est fondamental à la croissance de la compréhension des concepts mathématiques.